

Критерий почти полного прогнозирования сверхслова в многозначном алфавите

И. К. Ведерников¹

Автомат прогнозирует следующий символ входного сверхслова, если он выдает этот символ на выходе в предыдущий момент времени.

В работе для произвольного сверхслова в многозначном алфавите исследуется вопрос его почти полного прогнозирования, т.е. когда прогноз правильный почти всегда. Получен результат, позволяющий сузить класс автоматов, которыми прогнозируется сверхслово, а также доказан критерий почти полной прогнозируемости сверхслова.

Ключевые слова: почти полное прогнозирование, прогнозирующий автомат, автоматное прогнозирование сверхслов, критерий прогнозируемости.

1. Введение

В статье А.Г. Вереникина и Э.Э. Гасанова [1] были введены прогнозирующие автоматы — конечные автоматы, предсказывающие сверхслово или множество сверхслов. Говорят, что автомат прогнозирует сверхслово, если через некоторое конечное время после начала, он начинает в момент времени t выдавать элемент входной последовательности под номером $t + 1$.

Оказалось, что полностью прогнозируемы только периодические сверхслова, изначально это было доказано для двоичного алфавита, но в работе [2] данный результат был обобщен на случай k -значных логик.

В работе [3] А.А. Мاستихиной было введено понятие частичного прогнозирования, которое имеет место в случае, когда автомат угадывает следующий символ не обязательно в каждый момент времени, но достаточно часто. В одной из следующих работ А.А. Мастихина [4] предъявила критерий частичной прогнозируемости общерегулярных сверхсобытий в двоичном алфавите. Также вопрос частичного прогнозирования сверхсобытий исследовался в работе [5].

¹Ведерников Илья Константинович — аспирант каф. математической теории интеллектуальных систем мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: ikvedernikov@gmail.com.

Vedernikov Iliya Konstantinovich — graduate student, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Mathematical Theory of Intellectual Systems.

Впервые вопрос прогнозируемости одного сверхслова поднимался А.А. Мاستихиной в работе [3], в частности, было доказано, что существует сверхслово не прогнозируемое ни одним автоматом. Однако в поздних работах А.А. Мастихиной акцент делался исключительно на сверхсобытия. В данной работе же исследуется вопрос прогнозирования для одного сверхслова в многозначном алфавите, причем не обязательно общерегулярного. Было введено понятие почти полного прогнозирования – это означает, что автомат угадывает сверхслово почти всегда, т.е. степень частичного прогнозирования равна единице. В результате получено, что наилучшая степень прогнозирования достигается в определенном классе автоматов, а также получен критерий почти полной прогнозируемости одного сверхслова.

Автор выражает благодарность профессору Э.Э. Гасанову за постановку задачи и помощь в работе.

2. Основные понятия и формулировка результата

Введем основные определения.

Пусть $E_k = \{0, 1, \dots, k - 1\}$ – конечный алфавит. Через E_k^* и E_k^∞ обозначим соответственно множество всех слов конечной длины и множество всех сверхслов в алфавите E_k . По определению будем считать, что пустое слово Λ принадлежит E_k^* . Подмножества E_k^* называются *событиями*, а подмножества E_k^∞ – *сверхсобытиями*.

Длину слова α обозначим $|\alpha|$, по определению $|\Lambda| = 0$. Если α – сверхслово, то $|\alpha| = \infty$.

Если α – сверхслово в алфавите E_k , n – натуральное число, то n -ую букву сверхслова α будем обозначать $\alpha(n)$, а через $\alpha \upharpoonright_n$ обозначим префикс длины n сверхслова α , т.е. $\alpha \upharpoonright_n = \alpha(1)\alpha(2) \dots \alpha(n)$.

Если α – слово в алфавите E_k , $|\alpha| = m$, n – натуральное число, $n < m$, то через $\alpha \downharpoonright_n$ обозначим суффикс длины n слова α , т.е. $\alpha \downharpoonright_n = \alpha(m - n + 1) \dots \alpha(m)$. Если $n = 0$, то положим $\alpha \downharpoonright_n = \Lambda$.

В работе рассматриваются конечные инициальные автоматы в соответствии с нотацией из [6]:

$$V = (E_k, Q, E_k, \varphi, \psi, q_0),$$

где $E_k = \{0, 1, \dots, k - 1\}$ – входной и выходной алфавит, Q – множество состояний, которое является конечным подмножеством некоторого фиксированного счетного множества, $\varphi : Q \times E_k \rightarrow Q$ – функция переходов, $\psi : Q \times E_k \rightarrow E_k$ – функция выходов, q_0 – начальное состояние.

Если на вход инициальному автомату V подается слово или сверхслово $x = x(1)x(2)\dots$, на выходе получается слово или сверхслово $y = y(1)y(2)\dots$, и $q(t)$ означает состояние автомата в момент времени t , то функционирование автомата задается системой уравнений

$$\begin{cases} q(1) = q_0, \\ q(t+1) = \varphi(q(t), x(t)), \\ y(t) = \psi(q(t), x(t)), \end{cases}$$

где $t \in \mathbb{N}$.

Также определим автомат без выхода $V = (E_k, Q, \varphi, q_0)$, где E_k, Q, φ, q_0 определяются аналогично определению выше, а функционирование задается системой

$$\begin{cases} q(1) = q_0, \\ q(t+1) = \varphi(q(t), x(t)), \end{cases}$$

где $t \in \mathbb{N}$.

Функции φ и ψ естественно расширяются на $Q \times E_k^*$, а именно, если $\alpha \in E_k^*$, $a \in E_k$, то индуктивно определим

$$\varphi(q, \alpha a) = \varphi(\varphi(q, \alpha), a),$$

$$\psi(q, \alpha a) = \psi(\varphi(q, \alpha), a).$$

Список литературы

- [1] Вереникин А.Г., Гасанов Э.Э., “Об автоматной детерминизации множеств сверхслов”, *Дискретная математика*, **18**:2 (2006), 84–97.
- [2] Гасанов Э.Э., “Прогнозирование периодических сверхсобытий автоматами”, *Интеллектуальные системы*, **19**:1 (2015), 23–34.
- [3] Мاستихина А.А., “О частичном угадывании сверхслов”, *Интеллектуальные системы*, **11**:1–4 (2007), 561–572.
- [4] Мастихина А.А., “Критерий частичного предвосхищения общерегулярных свехсобытий”, *Дискретная математика*, **23**:4 (2011), 103–114.
- [5] Ведерников И.К., “Исследование алгоритма, задающего функцию выхода прогнозирующего автомата”, *Интеллектуальные системы*, **20**:3 (2016), 103–111.
- [6] Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С., *Введение в теорию автоматов*, «Наука», Москва, 1985, 320 с.
- [7] Alfred V. Aho, Margaret J. Corasick, “Efficient string matching: An aid to bibliographic search”, *Communications of the ACM*, **18**:6 (1975), 333–340

Criterion for almost complete prediction of a superword in a multi-valued alphabet

Vedernikov I.K.

The machine predicts the next character of the input sequence if it outputs that character the moment before.

The present paper considers whether an arbitrary superword in multivalued alphabet can be almost completely predicted or not.

The paper provides a theorem that enables to restrict the class of machines, with the help of which superwords are predicted. Moreover, the paper presents the criterion for almost complete predicting.

Keywords: almost complete predicting, predicting machine, prediction of superwords by a machine, criterion for predicting.

References

- [1] Verenikin A.G., Gasanov E.E., “On automata determination of sets of superwords”, *Discrete Math*, **18**:2 (2006), 84–97
- [2] Gasanov E.E., “Prediction of periodic super-events by automata”, *Intelligent systems*, **19**:1 (2015), 23–34
- [3] Mastihina A.A., “About Partial Guessing of Superwords”, *Intelligent systems*, **11**:1–4 (2007), 561–572
- [4] Mastihina A.A., “The criterion for partial anticipation of general regular super-events”, *Discrete Math*, **23**:4 (2011), 103–114
- [5] Vedernikov I.K., “Investigation of the Algorithm Specifying the Output Function of the Predicting Automaton”, *Intelligent systems*, **20**:3 (2016), 103–111
- [6] Kudryavtsev V.B., Alyoshin S.V., Podkolzin A.S., *Introduction to automata theory*, «Science», Moscow, 1985, 320 c.
- [7] Alfred V. Aho, Margaret J. Corasick, “Efficient string matching: An aid to bibliographic search”, *Communications of the ACM*, **18**:6 (1975), 333–340