

Об одном способе моделирования когнитивно-ограниченных выводов формул

Д. Н. Федянин¹

В работе предлагается модель размышлений агентов при учете эффекта забывания агентами неиспользуемых формул и ограничений на сложность формул. Обсуждаются формальная постановка, модификации, мотивация и обоснование ее адекватности.

Ключевые слова: исчисление, полнота, мультиагентная система, неклассические логики, сложность, социальная сеть.

Задача моделирования когнитивно-ограниченных выводов формул давно привлекает внимание исследователей, например, [7]. Это связано и с тем, что логика предполагает обычно идеальную способность к мгновенному выводу любых истинных утверждений при полноте логических систем, к чему обычно ни один реальный агент не способен. Соответственно для моделирования реальных систем иногда используются естественные ограничения на размышления агентов. Отметим, что вопрос сложности алгоритмов или реализуемости алгоритмов при заданных ограничениях на размер памяти или количество операций является без сомнений одной из фундаментальных проблем в области дискретной математики и теории алгоритмов.

Ниже представлен из авторских вариантов таких моделей. Пусть задан язык как множество формул, и зафиксируем некоторое подмножество формул в качестве уже доказанных. Введем функцию от формулы – целое неотрицательное число – и назовем ее активностью формулы и обозначим a . При первом попадании в подмножество доказанных активность формулы устанавливается по некоторому правилу в зависимости от способа, которым она была выведена.

Зададим также другую функцию, которую мы назовем сложностью формулы. Сложность любой формулы равна количеству использованных при ее записи знаков – знаков операций и переменных. Назовем когнитивной операцией правило вывода новой формулы, например, замену переменных, или *Modus ponens*.

¹ *Федянин Денис Николаевич* – научный сотрудник, Международная лаборатория логики, лингвистики и формальной философии, Высшая школа экономики, e-mail: dfedyanin@inbox.ru.

Fedyanin Denis Nikolaevich – researcher, International Laboratory for Logic, Linguistics and Formal Philosophy, Higher school of economics.

Идея заключается в том, что мы разрешаем только те выводы, которые создают формулы не более заданной сложности C , при этом на каждом выполнении операции активность формулы не использованной в ней уменьшается на единицу или в общем случае, на значение некоторой монотонной функции от сложности формулы, в то время как активность использованной формулы после ее использования повышается по некоторому правилу. При этом в когнитивных операциях не могут использоваться формулы с неположительной активностью.

Соответственно возникает проблема доказательства заданной формулы из некоторых начальных, при заданных параметрах когнитивной способности агента [4, 5]. Может оказаться, что традиционные способы доказательств не могут использоваться из-за слишком быстрого снижения активности промежуточных или даже исходных формул [3] или чрезмерной сложности формул, используемых в доказательстве [6, 9].

Задачей управления соответственно является проверка выводимости и подбор функции снижения активности и ограничения на сложность для обеспечения выводимости заданного набора формул, в предположении об их выводимости при отсутствии снижения активности и ограничений на сложность. В многоагентном случае, если задана социальная сеть агентов, то повышение активности формулы при выводе ее одним из агентов может повышать ее активность и у других агентов. При этом в более общем случае — агент сам выбирает активность каких именно его формул он повысит или понизит активность формул у его социальных соседей. Работы в исследовании подобных моделей активно ведутся, например, [8].

Важной модификацией модели для целей исследования социальных систем или систем моделирующих социальные системы представляется введение целевой функции для множеств формул и мотивация агента выводить те формулы, которые дадут ему большую суммарную полезность. При этом необязательно, чтобы агент знал стоимость новой формулы до ее вывода, так как вполне может использовать эволюционные методы оптимизации. Такие методы позволяют также исследовать наиболее случай, когда вывод производится случайным образом в стиле случайного блуждания. Целевая функция вполне соответствует реальной ситуации, когда знание истинности некоторого утверждения дает преимущество — например, получение патента, или последующего использования в принятии решений. Более сложной дополнительной модификацией может быть конкуренция среди групп агентов за наиболее быстрый вывод каких-то формул, что еще более повышает значимость социальной составляющей.

Некоторые первичные наблюдения

- 1) Иногда агенту может оказаться формулу просто “вспоминать” — использовать в когнитивной операции просто для повышения ее активности для последующего использования в прошлом.
- 2) Часть начальных теорем принятых за аксиомы в процессе может получить нулевую активность, что вполне соответствует эффекту сохранения культурных традиций, но не понимания причин их возникновения.
- 3) Если сложность формулы сильно уменьшает ее активность, то может быть выгодно разбивать формулы на более мелкие, например, через ДНФ. И наоборот, если сложность мало влияет, то “сплавлять” несколько более мелких формул в большую дизъюнкцией.
- 4) Если активность падает очень быстро по сравнению с начальным значением активности при выводе формулы, то важным становится формирование небольшого набора коротких схем для возможности выведения произвольной формулы при необходимости (полезность формулы может быть функцией также и времени).

Отметим, что методы снижения активности формулы делает модель схожей с известной оптимизацией муравьиными алгоритмами [1, 2], а также представляется весьма схожей с естественным образом размышления людей, когда малоупотребительные знания постепенно вытесняются более активно используемыми. Такой эффект играет одну из ключевых ролей в педагогике как неформальной, так и в ее математизированных направлениях [10].

Список литературы

- [1] Deng, Wu, Junjie Xu, Yingjie Song, Huimin Zhao, “An effective improved co-evolution ant colony optimisation algorithm with multi-strategies and its application.”, *International Journal of Bio-Inspired Computation*, **16:3** (2020), 158–170.
- [2] Dorigo, Marco, Christian Blum, “Ant colony optimization theory: A survey.”, *Theoretical computer science*, **344.2:3** (2005), 243–278.
- [3] Chakraborty, Doran, Peter Stone., “Multiagent learning in the presence of memory-bounded agents”, *Autonomous agents and multi-agent systems*, **28:2** (2014), 182–213.
- [4] Stalnaker, Robert., “The problem of logical omniscience, I.”, *Synthese*, 1991, 425–440.
- [5] Hawke, Peter, Aybüke Özgün, Francesco Berto, “The fundamental problem of logical omniscience.”, *Journal of Philosophical Logic*, **49:4** (2020), 727–766.
- [6] Artemov S, Kuznets R., “Logical omniscience as a computational complexity problem.”, *In Proceedings of the 12th Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge*, 2009, 14–23.

- [7] Smets, Sonja, Anthia Solaki, “The effort of reasoning: Modelling the inference steps of boundedly rational agents.”, *In International Workshop on Logic, Language, Information, and Computation, Springer, Berlin, Heidelberg*, 2018, 307–324.
- [8] Solaki, Anthia, “Bounded Multi-agent Reasoning: Actualizing Distributed Knowledge.”, *In International Workshop on Dynamic Logic, Springer, Cham*, 2020, 239–258.
- [9] Artemov S, Kuznets R., “Logical omniscience via proof complexity.”, *In International Workshop on Computer Science Logic. Springer, Berlin, Heidelberg.*, 2006, 135–149.
- [10] Squire, Larry R., “Memory systems of the brain: a brief history and current perspective.”, *Neurobiology of learning and memory*, **82**:3 (2004), 171–177.

**On one method for modeling cognitively limited inferences of
formulas
Fedyanin D.N.**

In the proposed model, agents’ reflections are proposed taking into account the effect of forgetting unused constraints and on complexity. The formal setting, modifications, motivation and justification of its adequacy are discussed.

*Keywords:*calculus, completeness, multi-agent system, non-classical logics, complexity, social network.

References

- [1] Deng, Wu, Junjie Xu, Yingjie Song, Huimin Zhao, “An effective improved co-evolution ant colony optimisation algorithm with multi-strategies and its application.”, *International Journal of Bio-Inspired Computation*, **16**:3 (2020), 158–170.
- [2] Dorigo, Marco, Christian Blum, “Ant colony optimization theory: A survey.”, *Theoretical computer science*, **344.2**:3 (2005), 243–278.
- [3] Chakraborty, Doran, Peter Stone., “Multiagent learning in the presence of memory-bounded agents”, *Autonomous agents and multi-agent systems*, **28**:2 (2014), 182–213.
- [4] Stalnaker, Robert., “The problem of logical omniscience, I.”, *Synthese*, 1991, 425–440.
- [5] Hawke, Peter, Aybüke Özgün, Francesco Berto, “The fundamental problem of logical omniscience.”, *Journal of Philosophical Logic*, **49**:4 (2020), 727–766.
- [6] Artemov S, Kuznets R., “Logical omniscience as a computational complexity problem.”, *In Proceedings of the 12th Conference on Theoretical Aspects of Rationality and Knowledge*, 2009, 14–23.
- [7] Smets, Sonja, Anthia Solaki., “The effort of reasoning: Modelling the inference steps of boundedly rational agents.”, *In International Workshop on Logic, Language, Information, and Computation, Springer, Berlin, Heidelberg*, 2018, 307–324.

- [8] Solaki, Anthia, “Bounded Multi-agent Reasoning: Actualizing Distributed Knowledge.”, *In International Workshop on Dynamic Logic*, Springer, Cham, 2020, 239–258.
- [9] Artemov S, Kuznets R., “Logical omniscience via proof complexity.”, *In International Workshop on Computer Science Logic*. Springer, Berlin, Heidelberg., 2006, 135–149.
- [10] Squire, Larry R., “Memory systems of the brain: a brief history and current perspective.”, *Neurobiology of learning and memory*, **82**:3 (2004), 171–177.