

# О качественном сравнении семейств вещественных функций<sup>1</sup>

А. П. Рыжов<sup>2</sup>, А. К. Синько<sup>3</sup>

В докладе рассматривается задача классификации поведения сложных систем на основе сравнения характерной функции, представленной экспертом, и функции, полученной на основе данных. Такие ситуации характерны для экономики, социологии, биологии и других областей. Для решения задачи проводится описание характерной функции в виде системы нечетких условий, описывающих ее поведение, и предлагается алгоритм вычисления степени соответствия эмпирической функции такой системе нечетких условий.

## 1. Введение

Поведение сложных систем часто невозможно описать принятыми в моделировании и анализе физических или технических систем дифференциальными уравнениями, автоматами и другими математическими средствами. Однако, часто их поведение описывают характерными кривыми, отражающими качественное поведение системы. Примером такого описания может быть описание жизненного цикла продукта [1] (Рис. 1).

Специалисты – маркетологи мыслят именно такими характерными кривыми, и, в зависимости от положения продукта компании на них, организуют свою работу. Сравнение таких «теоретических» кривых, которые дальше мы будем называть характерными кривыми, и реального поведения системы (например, объемов продаж) является нетривиальной задачей и обычно выполняется специалистами. Основная проблема

---

<sup>1</sup>Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Мозг, когнитивные системы, искусственный интеллект»

<sup>2</sup> *Рыжов Александр Павлович* — доктор технических наук, профессор МГУ имени М.В. Ломоносова механико-математический факультет кафедра математической теории интеллектуальных систем, e-mail: ryjov@mail.ru.

Rylov Alexander Pavlovich — Sc.D. in engineering, Ph.D. in mathematics, MBA, professor, Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Mathematical Theory of Intelligent Systems departments.

<sup>3</sup> *Синько Анастасия Константиновна* — студентка Московского Государственного Университета им. М. В. Ломоносова, механико-математического факультета, e-mail: nastya.sinko.math@gmail.com, научный руководитель: Рыжов Александр Павлович.

Sinko Anastatiya Konstantinovna — student of Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Mathematical Theory of Intelligent Systems departments

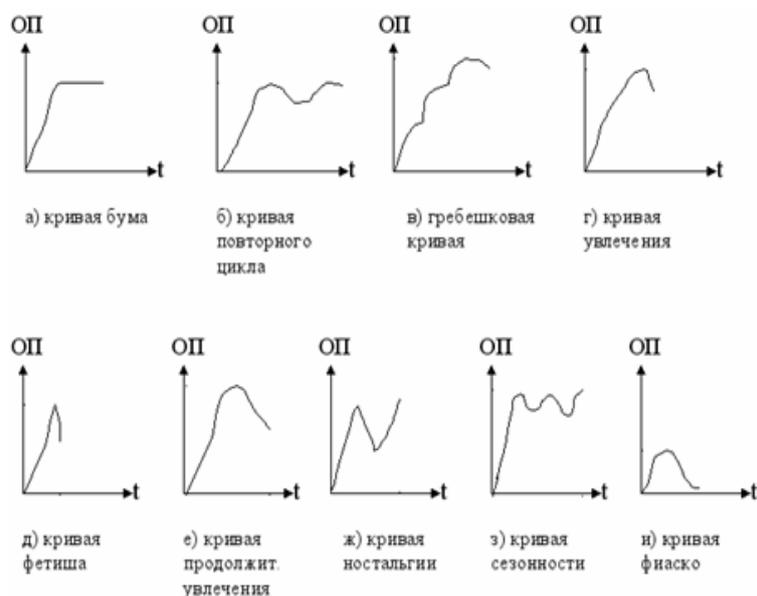


Рис. 1. Классификация жизненных циклов продукта.

заключается в том, что такое сравнение носит качественный характер. Например, в силу разных условий (погодных, экономических, социальных) объем продаж какого-либо товара локально может отличаться от характерного в большую или меньшую сторону, и таких областей может быть несколько, но в «целом» он ведет себя в соответствии с характерной кривой определённого типа.

Аналогичные примеры можно привести из экономики (жизненный цикл экономического уклада – [2]), биологии (кривые выживания – [3]), медицины (гликемические кривые – [4]) и других наук. Данные примеры приводятся и обсуждаются в докладе.

Считаем важным также отметить следующее. Широкое применение компьютерных технологий в различных областях, присущее современной цифровой экономике, делает задачу сравнения характерной кривой и кривых, полученных из данных, массовой. Например, при компьютерном тестировании (количество участников может достигать тысяч человек), по графикам ответов специалист может понять отвечал испытуемый сам или нарушал режим тестирования (ему кто-то помогал, он списывал и пр.). Проведение массовой проверки ответов по этому параметру без автоматизации физически невозможно. Это позволяет характеризовать обсуждаемую задачу не как только представляющую теоретический инте-

рес, но и как имеющую прикладное значение для современных систем оценки и мониторинга многих процессов.

## 2. Основные результаты.

В работе предложен алгоритм, содержащий несколько шагов.

- 1) Масштабирование - сжатие всех графиков функций по оси значе- ний ординат. Все графики после масштабирования будут располо- жены в отрезке  $[0,1]$ .
- 2) Дискретное представление характерной функции. Этот шаг поз- воляет далее сравнивать характерную функцию (непрерывную) и экспериментальные функции (задаваемые на дискретном множе- стве значений). Для этого воспользуемся умножением непрерывной функции на функцию, которая называется гребень Дирака [5].
- 3) Описание поведения характерной функции в виде нечетких усло- вий вида «При малых  $x$  функция медленно возрастает», «При боль- ших  $x$  функция убывает» и т.п. Такие условия описываются нечет- кими отношениями - матрицами с внешними строкой и столбцом, которые содержат значения функции в двух соседних точках; внут- ри самой матрицы стоят числа, характеризующие степени принад- лежности, с которыми соответствующие значения в соседних точ- ках удовлетворяют нечеткому условию [6]. Каждое такое нечеткое отношение соответствует одному из условий. Системе условий со- ответствует некоторая  $t$  - конорма таких нечетких отношений.
- 4) Степень принадлежности конкретной эмпирической функции нечеткому условию вычисляется как  $t$  - норма значений принад- лежности  $x$  к классам «малый», «средний», «большой» и нечёт- кого отношения, описывающего поведение функции. Степень при- принадлежности к классу, описываемому системой нечеткий условий, определяется как  $t$  - конорма вычисленных выше принадлежно- стей.

В докладе обсуждаются особенности реализации алгоритма и приво- дится пример его работы.

В докладе также обсуждается обобщение задачи на случай несколь- ких классов, описываемых своими характерными функциями.

## Список литературы

- [1] “Что такое жизненный цикл продукта.”, *Информационный журнал о продвижении бизнеса ReklamaPlanet.*, <https://reklamaPlanet.ru/marketing/zhiznennyj-tsikl-tovara>.
- [2] Глазьев С.Ю., “Теория долгосрочного технико-экономического развития”, 1993, 310.
- [3] “Динамика смертности. Кривые выживания.”, <https://www.yaklass.by/p/biologiya/11-klass/vid-i-populiaciia-5995/dinamika-populiacii-5943/re-ced772b2-fa42-4ad8-9624-6277c8e50632>.
- [4] “Сахарный диабет - биохимическое заболевание”, <https://biokhimija.ru/gormony/sakharnyj-diabet.html?start=1>.
- [5] Ястребов И.П., “Дискретизация непрерывных сигналов во времени. Теорема Котельникова.”, <http://www.lib.unn.ru/students/src/diskretiz.pdf>.
- [6] Рыжов А.П., “Об агрегировании информации в нечетких иерархических системах.”, *Интеллектуальные системы. Т. 6, Вып. 1-4*, 2001, 341-364, <http://www.intsys.msu.ru/staff/ryzhov/agregation.pdf>.

### Qualitative comparison of families of real functions

Rylov A.P., Sinko A.K.

The report considers the problem of classifying the behavior of complex systems based on a comparison of a characteristic function presented by an expert and a function derived from data. Such situations are typical for economics, sociology, biology, and other fields. To solve the problem, a characteristic function is described in the form of a system of fuzzy conditions describing its behavior, and an algorithm is proposed for calculating the degree of compliance of an empirical function with such a system of fuzzy conditions.

### References

- [1] “What is the product lifecycle.”, *Information magazine about business promotion ReklamaPlanet.* (In Russian), <https://reklamaPlanet.ru/marketing/zhiznennyj-tsikl-tovara>.
- [2] Glazyev S.Y., “Theory of long-term technical and economic development”, 1993, 310 (In Russian).
- [3] “The dynamics of mortality. Survival curves.” (In Russian), <https://www.yaklass.by/p/biologiya/11-klass/vid-i-populiaciia-5995/dinamika-populiacii-5943/re-ced772b2-fa42-4ad8-9624-6277c8e50632>.
- [4] “Diabetes mellitus is a biochemical disease” (In Russian), <https://biokhimija.ru/gormony/sakharnyj-diabet.html?start=1>.
- [5] Yastrebov I.P., “Sampling of continuous signals in time. Kotelnikov’s theorem.” (In Russian), <http://www.lib.unn.ru/students/src/diskretiz.pdf>.
- [6] Alexander Rylov, “On aggregation of information in fuzzy hierarchical systems.”, *Intelligent systems. T. 6, Rel. 1-4*, 2001, 341-364 (In Russian), <http://www.intsys.msu.ru/staff/ryzhov/agregation.pdf>.