# Использование алгоритма имитации отжига для оптимизации параметров идентификатора динамики платформы на основе дифференциальных нейронных сетей

#### A. M. Myxamego<sup>1</sup>

На точность идентификации дифференциальными нейронными сетями значительное влияние оказывают параметры функций активации. Предложен способ оптимизировать эти параметры с помощью алгоритма имитации отжига, результаты оптимизации продемонстрированы на примере задачи идентификации динамики платформы.

**Ключевые слова:** дифференциальные нейронные сети, глобальная оптимизация, алгоритм имитации отжига.

Одним из подходов к анализу нелинейных систем с неопределенностями являются дифференциальные нейронные сети. Они позволяют аппроксимировать динамику нелинейной части системы с помощью произведений матриц из функций активации и весовых коэффициентов. Пример подобной системы представлен в [2]. В отличие от статических нейронных сетей, весовые коэффициенты изменяются в процессе работы дифференциальных сетей, причем правила, задающие их динамику, определяют сходимость всей системы. При этом, точность работы и скорость сходимости определяются и выбором конкретных функций активации и их параметров. Таким образом, возникает задача поиска значений параметров, обеспечивающих лучшую сходимость для рассматриваемых систем и архитектуры сети.

Алгоритмы имитации отжига позволяют решать подобные задачи многомерной оптимизации, производя стохастический поиск по пространству допустимых значений. При этом переход в новую точку с некоторой вероятностью возможен и при ухудшении значения целевой функции. Это позволяет алгоритму выходить из локальных экстрему-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Мухамедов Артур Мансурович — аспирант каф. фундаментальной и прикладной математики ф-та космических исследований МГУ им М.В. Ломоносова; младший научный сотрудник НЦМУ "Сверхзвук"МГУ им М.В. Ломоносова, e-mail: a.mukhamedov@vrmsu.ru

Mukhamedov Arthur Mansurovich — graduate student, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Space Research, Chair of Fundamental and Applied Mathematics; junior researcher, Lomonosov Moscow State University, Center "Supersonic".

мов. Вероятность перехода в точку с худшими показателями регулируется параметром температуры, уменьшающимся в процессе работы алгоритма. При высоких значениях температуры поведение алгоритма похоже на случайный поиск, а при низких — на градиентый спуск. Такое поведение может быть полезно при оптимизации параметров функции активации.

В качестве примера рассмотрена задача идентификации динамики подвижной платформы с тремя степенями свободы (высота, углы крена и тангажа). Высота была зафиксирована таким образом, чтобы максимизировать область достижимости по двум другим осям. Во время работы платформы углы крена и тангажа, составляющие вектор управления платформы, менялись по узлам сетки с постоянным шагом. Выходные значения рассматриваемой системы задавались позицией и ориентацией платформы, которые были получены с помощью гибридной позиционно-инерциальной системы отслеживания. Идентификация производилась сетью следующего вида:

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= Ax_i + 0.5(W_{1_{i+1}} + W_{1_i}) * \sigma(x_i) + 0.5(W_{2_{i+1}} + W_{2_i}) * \varphi(x_i)U_i \\ \sigma_m(x) &= \frac{1}{1 + \exp(xC_m^{\sigma} + b_m^{\sigma})} + d_m^{\sigma} - e_m^{\sigma} \\ \varphi_{m,n}(x) &= \frac{1}{1 + \exp(xC_{m,n}^{\varphi} + b_{m,n}^{\varphi})} + d_{m,n}^{\varphi} - e_{m,n}^{\varphi}, \end{aligned}$$

где  $d_m^{\sigma}, e_m^{\sigma}, d_{m,n}^{\varphi}, e_{m,n}^{\varphi} > 0, C^{\sigma} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, b^{\sigma}, d^{\sigma}, e^{\sigma} \in \mathbb{R}^{6}, C^{\varphi} \in \mathbb{R}^{6 \times 6 \times 6}, b^{\varphi}, d^{\varphi}, e^{\varphi} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ — параметры функций активации, которые нужно оптимизировать.

Традиционный алгоритм имитации отжига предназначен для оптимизации по дискретному пространству значений. Поэтому в данной работе используется описанная в [1] модификация для работы в непрерывных пространствах. Выбор следующей точки происходит смещением по одной координате *i* на значение, не превышающее элемент *i* шагового вектора. После смещения и проверки полученных точек по всем координатам  $N_s$ раз происходит изменение шагового вектора так, чтобы выбранные новые точки принимались в половине случаев. После изменения шагового вектора  $N_T$  раз, происходит снижение температуры с постоянным множителем. Критерием останова служит неулучшение значения целевой функции после  $N_e ps$  уменьшений температуры. Заданы следующие значения параметров:  $N_T = 2$ ,  $N_s = 3$ ,  $N_e ps = 2$ . Значенияя всех прочих параметров были взяты из [1]. При оптимизации использовались три целевые функции:

$$E_A = \sum_i \sqrt{\sum_{m,n} \Delta_{i_{mn}}^2},$$

$$E_D = \sum_i \Delta_i^T \Delta_i,$$
$$E_I = \sum_i (tr(dW_{1_i}^T dW_{1_i}) + tr(dW_{2_i}^T dW_{2_i}) + \Delta_i^T \Delta_i),$$

где  $\Delta_i = \hat{x}_i - x_i$  — ошибка идентификации,  $dW_{l_i} = W_{l_i} - \overline{W_l}, l \in \{1, 2\}, \overline{W_l}$ — среднее значение  $W_{l_i}, x_i$  — вектор состояния системы в момент  $i, W_{l_i}$ — матрица весовых коэффициентов дифференциальной нейронной сети в момент i. Первые две функции зависят только от ошибки идентификации  $\Delta_i$ , третья ( $E_I$ ) также зависит от отклонения матрицы весов от среднего значения, то есть помимо снижения общей ошибки, при оптимизации с такой целевой функцией должны снижаться колебания матрицы весов.

Алгоритм был запущен независимо для каждой целевой функции с одинаковыми начальными условиями. Все три запуска завершили свою работу по выполнении терминального условия. Результаты работы представлены в таблице 1.

Целевая функция	Значение $E_A$	Значение $E_D$	Значение $E_I$
Начальное условие	20.3345	0.3393	0.8144
$E_A$	16.4802	0.3054	0.7057
$E_D$	17.1420	0.2802	0.6615
$E_I$	16.9865	0.2817	0.6633

Таблица 1. Результаты работы алгоритма имитации отжига с различными целевыми функциями

Можно заметить, что результаты оптимизации по функциям  $E_D$  и  $E_I$  приводит к похожим результатам по двум метрикам, но по  $E_A$  более высокий результат показывает оптимизация по  $E_I$ . Оптимизация по  $E_A$  привела к лучшему результату по своей функции, по двум другим полученный результат хуже результатов оптимизации по соответствующим функциям. Таким образом, учет в целевой функции не только ошибки идентификации, но и других компонентов, например динамики весовых коэффициентов, позволяет достичь более высокой точности по одним метрикам, неухудшая другие. Влияние этих компонентов является целью дальнейших исследований.

### Список литературы

 Corana A., Marchesi M., Martini C., Ridella S., "Minimizing multimodal functions of continuous variables with the "simulated annealing" algorithm", *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 13:3 (1987), 262–280. [2] Poznyak A., Chairez I., Poznyak T., "A survey on artificial neural networks application for identification and control in environmental engineering: Biological and chemical systems with uncertain models", Annual Reviews in Control, 48 (2019), 250–272.

### Application of simulated annealing algorithm to optimize parameters of differential neural network-based identifier of platform dynamics Mukhamedov A.M.

Parameters of activation functions contribute a lot to the performance of differential neural network-based identifiers. An approach to optimize these parameters is proposed and demonstrated for the problem of identification of platform dynamics.

**Keywords:** differential neural networks, global optimization, simulated annealing algorithm.

## References

- Corana A., Marchesi M., Martini C., Ridella S., "Minimizing multimodal functions of continuous variables with the "simulated annealing" algorithm", *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 13:3 (1987), 262–280.
- [2] Poznyak A., Chairez I., Poznyak T., "A survey on artificial neural networks application for identification and control in environmental engineering: Biological and chemical systems with uncertain models", Annual Reviews in Control, 48 (2019), 250–272.